

باسمه تعالی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

دانشکده فنی و مهندسی

| | | | |
|---------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------------------------|
| نام درس: فرآیندهای اتفاقی | نام استاد: افروز حق‌بین | کد درس: | گروه آموزشی: مهندسی برق - مخابرات |
| تاریخ امتحان: | مدت امتحان: | مقطع: کارشناسی ارشد | جزوه: بسته |
| لوازم مجاز: | | | |
| نام و نام خانوادگی: | شماره دانشجویی: | شماره صندلی: | |

سوال ۱- پرسشهای کوتاه

۱-۱) اگر فرآیند $X(t) = \cos(2\pi t + \theta)$ باشد که در آن $\theta \sim U(0, 2\pi)$ ، آیا می‌توان گفت که $X(t)$ با $X(t)$ با $X(t)$ مستقل است؟

۲-۱) آیا دو فرآیند تواما WSS، $X(t)$ و $Y(t)$ می‌توانند دارای توابع همبستگی به فرم زیر باشند؟
 $R_X(\tau) = 2e^{-3|\tau|}$, $R_Y(\tau) = 5e^{-|\tau|}$, $R_{XY}(\tau) = 15e^{-3|\tau|} - 2e^{-|\tau|}$

۳-۱) اگر $X(t)$ یک فرآیند نرمال WSS با میانگین صفر باشد، آیا فرآیند $Y(t) = X^2(t)$ نیز WSS هست؟

سوال ۲- فرض کنید متغیرهای تصادفی X_1, X_2, X_3, \dots متغیرهای تصادفی iid گوسی با میانگین و واریانس یک هستند. فرآیند تصادفی Y_n را به صورت $Y_n = \prod_{k=1}^n X_k$ تعریف می‌کنیم،

۱-۲) میانگین و واریانس Y_n را به دست آورید.

۲-۲) آیا Y_n یک فرآیند مارکف است؟

۳-۲) آیا Y_n یک فرآیند مارتینگل است؟

۴-۲) آیا Y_n یک فرآیند با نمو مستقل است؟

سوال ۳- اگر داشته باشیم $X(t) = Y \cos \pi t + W$ که در آن Y یک متغیر تصادفی مثبت و مستقل از W با میانگین μ و واریانس σ^2 و $W \sim N(0, 1)$ هستند، تابع همبستگی و تابع کواریانس فرآیند $X(t)$ را به دست آورید.

سوال ۴- اگر $X(t)$ یک فرآیند نرمال با میانگین صفر و $R_X(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{2}}$ باشد و داشته باشیم $Y(t) = \frac{dX}{dt}$ (۱-۴) تابع همبستگی فرآیند $Y(t)$ و توابع همبستگی متقابل دو فرآیند $X(t)$ و $Y(t)$ را به دست آورید.
(۲-۴) $E(X(1)|Y(2) = 2)$ را به دست آورید.
(۳-۴) تابع احتمال بردار تصادفی $Z = [X(1) \ Y(2) \ X(0)]^T$ را به دست آورید.